

НАПРЯМ "ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА"

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

Правильна відповідь на кожне питання оцінюється 2 балами.

1. (.....)

Знайти верхню границю послідовності $x_n = (1 + (-1)^n) \frac{n+1}{n}$.

2. (.....)

Знайти площу S фігури, обмеженої кривими $y = x$ та $y = x + 2 \sin^2 x$, $x \in [0; 2\pi]$. У відповідь записати величину $\frac{S}{\pi}$.

3. (.....)

Обчислити подвійну границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^{x^2 y^2}$.

4. (.....)

Розглянемо оператор $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1]$, $x(s) \in C[0,1]$, $(Ax)(t) = x(t) - \int_0^1 t \cdot s \cdot x(s) ds$.

Знайти обернений до A оператор (вказати правильну відповідь):

1) $(A^{-1}x)(t) = x(t) + \int_0^1 t \cdot s \cdot x(s) ds$;

2) $(A^{-1}x)(t) = x(t) + \frac{1}{2} \int_0^1 t \cdot s \cdot x(s) ds$;

3) $(A^{-1}x)(t) = x(t) + \frac{3}{2} \int_0^1 t \cdot s \cdot x(s) ds$;

4) $(A^{-1}x)(t) = x(t) - \frac{3}{2} \int_0^1 t \cdot s \cdot x(s) ds$.

5. (.....)

Знайдіть значення $y(2)$ розв'язку $y(x)$ задачі $y'' - y' = 1$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.

6. (.....)

Використавши принцип максимуму, знайдіть найбільше на множині $x \in [-1, 1]$, $t \in [0, 2]$ значення розв'язку задачі

$$u_t = 4u_{xx}, \quad u|_{t=0} = x^2 - 1, \quad u|_{x=-1} = 0, \quad u|_{x=1} = \sin(\pi t).$$

7. (.....)

Кинуто два кубики. Знайти імовірність того, що сума очок, які випали, рівна вісім, якщо відомо, що різниця дорівнює чотири.

8. (.....)

Після бурі на ділянці між 40-м і 70-м кілометрами телефонної лінії відбувся обрив дроту. Яка імовірність того, що розрив відбувся між 50-м і 55-м кілометрами лінії?

Пропоновані відповіді

1	2/3	6	5/7
2	7/11	7	1/2
3	1/9	8	3/7
4	1/6	9	21/63
5	3/8	10	23/34

Вкажіть номер правильної відповіді.

9. (.....)

Відомо, що $\lg 2 = 0.3020$, $\lg 3 = 0.4771$. Скільки разів потрібно кинути гральний кубик, щоб з імовірністю, не менше: 0,5, хоча б один раз випала шістка?

Пропоновані відповіді

1	$n \geq 10$	6	$n \geq 100$
2	8	7	9
3	$n \geq 2$	8	$n \geq 4$
4	3	9	23
5	$n \geq 21$	10	$n \geq 7$

Вкажіть номер правильної та повної відповіді.

10. (.....)

Які з поданих рівностей із множинами правильні?

1) $A(B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

2) $A(B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$;

3) $A(B \cup C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$;

4) $AB = A \cap \bar{B}$.

11. (.....)

Знайти кількість розв'язків у невід'ємних цілих числах рівняння $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ за умов $x_1 \geq 3$, $x_3 \geq 6$.

12. (.....)

Задача інтерполявання функції полягає в наступному (вкажіть номер вірної відповіді):

1). Потрібно обчислити похідні від функції, заданої таблично.

2). Потрібно знайти значення функції $f(x)$, $x \neq x_i (i = 0, 1, \dots, n)$ якщо відомі вузли інтерполявання $x_i (i = 0, 1, \dots, n)$ і значення функції $f(x)$ в цих вузлах.

3). Потрібно визначити допустиму похибку аргументів по допустимій похибці функції.

4). Жоден з варіантів 1).-3). не підходить.

5). Всі варіанти 1). -3). підходять.

13. (.....)

Основна теорема теорії різницевої схеми полягає в наступному (вкажіть номер вірної відповіді):

1). З апроксимаційності різницевої схеми випливає її стійкість.

2). З стійкості різницевої схеми випливає її апроксимаційність.

3). З апроксимаційності і стійкості різницевої схеми випливає її збіжність.

4). З апроксимаційності і однозначної визначеності різницевої схеми випливає її збіжність.

5). Зазначена теорема в попередніх варіантах не значиться.

14. (.....)

У варіаційному формулюванні задачі для рівняння Пуассона крайова умова Неймана є

1) головною

2) природною

15. (.....)

Розглянемо крайову задачу

$$-\Delta u = f \text{ в } \Omega,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \text{ на } \Gamma.$$

Які умови забезпечують існування єдиного розв'язку цієї задачі?

1) $\int_{\Omega} f d\Omega = 0$. 2) $\int_{\Omega} u d\Omega = 0$. 3) $\int_{\Omega} f d\Omega = 0$, $\int_{\Omega} u d\Omega = 0$.

16. (.....)

Виконати LU-розклад матриці A , вважаючи, що матриця U містить одиничні діагональні елементи, та записати у відповіді суму діагональних елементів матриці L , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

17. (.....)

Починаючи з початкової точки $(0;0)$ обчислити $f(x_1^1, x_2^1)$, де (x_1^1, x_2^1) координати точки отриманої методом найшвидшого спуску, при розв'язування задачі

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 20)^2 + (x_1 - 2x_2)^2 \rightarrow \min \text{ за 1 ітерацію.}$$

18. (.....)

Умова балансу виконується у:

- 1) відкритій транспортній задачі;
- 2) закритій транспортній задачі;
- 3) частково відкритій транспортній задачі;
- 4) частково закритій транспортній задачі;
- 5) дискретній транспортній задачі.

19. (.....)

Маємо два пункти постачання A_i ($i = \overline{1; 2}$) і три пункти споживання B_j ($j = \overline{1; 3}$). У круглих дужках вказані запаси/потреби однорідного ресурсу відповідних пунктів постачання/споживання: $A_1(10)$, $A_2(20)$, $B_1(5)$, $B_2(15)$, $B_3(10)$. Визначити початковий опорний план транспортної задачі методом мінімального елемента, якщо

матриця вартостей перевезення $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$. У відповіді вкажіть суму $x_{11} + x_{13} + x_{23}$, де x_{ij} – кількість

переміщеного ресурсу з пункту A_i ($i = \overline{1; 2}$) у пункт B_j ($j = \overline{1; 3}$) згідно одержаного опорного плану.

20. (.....)

Час протягом доби вимірюють в секундах. Йде n -а секунда доби. Визначити, скільки повних годин h і повних хвилин m пройшло до моменту n -ї секунди. Який варіант операторів є правильний?

- 1) $h := n \text{ mod } 60$; $m := 60 * n - h$;
- 2) $h := n \text{ mod } 3600 - 1$; $m := n - h * 60$;
- 3) $h := n \text{ div } 3600$; $m := n - h * 3600$;
- 4) $h := n \text{ div } 3600$; $m := n - h * 3600$;
- 5) $m := n \text{ div } 60$; $h := (n - m * 60) \text{ div } 60$;
- 6) $h := n \text{ div } 3600$; $m := (n - h * 3600) \text{ div } 60$;
- 7) $m := n \text{ div } 60$; $h := (n - m * 60) \text{ div } 3600$;
- 8) $m := n \text{ mod } 3600$; $h := (n - m * 3600) \text{ div } 60$;
- 9) немає ні одного правильного

21. (.....)

Що надрукує програма

```
#include <iostream>
int main() {
    int n; std::cin >> n;
    int p=1; int f=1; int k=0;
    for (int i=1; i<=n; ++i) { int a; std::cin >> a;
        p *= 2; f *= i; if (p<a && a<f+3) ++k; }
    std::cout << k; return 0; }
```

якщо у вхідному потоці задано '7 3 0 9 18 30 70 121' ?

22. (.....)

Що надрукує програма

```
#include <iostream>
int main() {
    int n; std::cin >> n; int * a = new int[n];
    for (int i=0; i<n; ++i) std::cin >> a[i];
    int b=a[0]; int k=0;
    for (int i=1; i<n; ++i) if (a[i]<b) { b = a[i]; k = i;}
    std::cout << k; return 0; }
```

якщо у вхідному потоці задано ' 12 1 2 0 -9 12 10 12 -1 5 -10 -11 9' ?

23. (.....)

Структуру даних «двійкове дерево» моделюють за допомогою типу *Tree*:

```
type Tree=^node; node=record elem: char; left, right: Tree; end;
```

Сконструйте процедуру, що друкує елементи непорожнього дерева, виконуючи інфіксий лівосторонній обхід. Для цього заповніть пропуски (...) в коді процедури *leftInorder* запропонованими нижче фрагментами.

... leftInorder(t:Tree); begin with t^ do begin if ... then leftInorder(...);

write(...); if ... then leftInorder(...); end; end;

1) left 2) Tree 3) right<nil 4) elem 5) function 6) left<nil 7) char 8) right 9) procedure

У відповідь запишіть без пропусків номери вибраних фрагментів у тому порядку, як їх потрібно вставляти.

24. (.....)

Яка відмінність між скалярним і суперскалярним процесором?

1. Скалярним називають процесор з єдиним конвеєром виконання команд а суперскалярний процесор має більше одного конвеєра, які здатні опрацьовувати інструкції паралельно.

2. Скалярним називають процесор з можливістю виконання команд над дійсними числами, а суперскалярний процесор здатний опрацьовувати інструкції над векторами.

25. (.....)

Знайти мінімальне покриття для множини функціональних залежностей $F = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow C, A \rightarrow B, AB \rightarrow C\}$

Виберіть номер правильної відповіді

1) $F = \{A \rightarrow B, AB \rightarrow C, B \rightarrow C\}$

2) $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$

3) $F = \{A \rightarrow B, AB \rightarrow C, B \rightarrow C\}$

Декан факультету

І. І. Дияк